

**Bài 1:** Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R.. Các phân giác của các góc  $ABC$ ,  $ACB$  lần lượt cắt đường tròn tại E, F.

1. CMR:  $OF \perp AB$  và  $OE \perp AC$ .

2. Gọi M là giao điểm của của OF và AB; N là giao điểm của OE và AC. CMR: Tứ giác AMON nội tiếp và tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác này.

3. Gọi I là giao điểm của BE và CF; D là điểm đối xứng của I qua BC. CMR:  $ID \perp MN$ .

4. CMR: Nếu D nằm trên (O) thì  $\angle BAC = 60^\circ$ .

**Bài 2:** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi M là điểm trên cạnh BC và N là điểm trên cạnh CD sao cho  $BM = CN$ . Các đoạn thẳng AM và BN cắt nhau tại H.

1. CMR: Các tứ giác AHND và MHNC là những tứ giác nội tiếp.

2. Khi  $BM = \frac{a}{4}$ . Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác AHND theo a.

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN theo a.

**Bài 3:** Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Đường cao BH và CK lần lượt cắt (O) tại E và F.

a) CMR: Tứ giác BKHC nội tiếp.

b) CMR:  $OA \perp EF$  và  $EF \parallel HK$ .

c) Khi  $\Delta ABC$  là tam giác đều có cạnh bằng a. Tính diện tích hình viên phân chắn cung nhỏ BC của (O).

**Bài 4:** Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi E là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia DE tại H, đường thẳng này cắt tia DC tại F.

a) CMR: Năm điểm A, B, H, C, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) CMR:  $DE \cdot HE = BE \cdot CE$ .

c) Tính độ dài đoạn thẳng DH theo a khi E là trung điểm của BC.

d) CMR: HC là tia phân giác của  $\angle DHF$ .

**Bài 5:** Một hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn Tâm O bán kính R. Một điểm M di động trên cung ABC, M không trùng với A, B và C, MD cắt AC tại H.

1) CMR: Tứ giác MBOH nội tiếp được trong đường tròn và  $DH \cdot DM = 2R^2$ .

2) CMR:  $MD \cdot MH = MA \cdot MC$ .

3)  $\Delta MDC$  và  $\Delta MAH$  bằng nhau khi M ở một vị trí đặc biệt  $M'$ . Xác định điểm  $M'$ .

Khi đó  $M'D$  cắt AC tại  $H'$ . Đường thẳng qua  $M'$  và vuông góc với AC cắt AC tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của  $H'C$ .

**Bài 6:** Cho hai đường tròn (O; 20cm) và (O'; 15cm) cắt nhau tại A và B. Biết  $AB = 24$ cm và O và O' nằm về hai phía so với dây chung AB. Vẽ đường kính AC của đường tròn (O) và đường kính AD của đường tròn (O').

a) CMR: Ba điểm C, B, D thẳng hàng.

b) Tính độ dài đoạn  $OO'$ .

c) Gọi EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O') (E, F là các tiếp điểm). CMR: Đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng EF.

**Bài 7:** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ . Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B) kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt tại C và D.

1. CMR:

- Tứ giác AOMC nội tiếp.
- $CD = CA + DB$  và  $\angle COD = 90^\circ$ .
- $AC \cdot BD = R^2$ .

2. Khi  $\angle BAM = 60^\circ$ . Chứng tỏ  $\triangle BDM$  là tam giác đều và tính diện tích của hình quạt tròn chắn cung MB của nửa đường tròn đã cho theo R.

**Bài 8:** Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA và MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

- CMR:  $MA^2 = MC \cdot MD$ .
- Gọi I là trung điểm của CD. CMR: 5 điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn.
- Gọi H là giao điểm của AB và MO. CMR: Tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của  $\angle CHD$ .

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). CMR: 3 điểm A, B, K thẳng hàng.

**Bài 9:**

Cho hình vuông cạnh a, lấy điểm M bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B, C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, kéo dài BH cắt đường thẳng DC tại K.

- Chứng minh: BHCD là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh:  $KM \perp DB$ .
- Chứng minh:  $KC \cdot KD = KH \cdot KB$ .

4. Kí hiệu  $S_{ABM}$ ,  $S_{DCM}$  là diện tích của tam giác ABM, tam giác DCM. CMR:  $(S_{ABM} + S_{DCM})$  không đổi. Xác định vị trí của M trên BC để  $S_{ABM}^2 + S_{DCM}^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo a.

**Bài 10:** Cho điểm A ở ngoài đường tròn (O, R). Gọi AB, AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (B và C là hai tiếp điểm). Từ A vẽ một tia cắt đường tròn tại E và F (E nằm giữa A và F).

- CMR:  $\triangle AEC$  và  $\triangle ACF$  đồng dạng. Suy ra  $AC^2 = AE \cdot AF$ .
- Gọi I là trung điểm của EF. Chứng minh 5 điểm A, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn.
- Từ E vẽ đường thẳng vuông góc với OB cắt BC tại M. Chứng minh tứ giác EMIC nội tiếp được trong đường tròn. Suy ra tứ giác MIFB là hình thang.
- Giả sử cho  $OA = R\sqrt{2}$ . Tính theo R phần diện tích tứ giác ABOC nằm ở ngoài hình tròn (O).